**Teori Graf**

Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Sejarah Graf adalah masalah jembatan Königsberg (tahun 1736)

Graf yang merepresentasikan jembatan Königsberg:

● Simpul (vertex) ◊ menyatakan daratan

● Sisi (edge) menyatakan ◊ jembatan

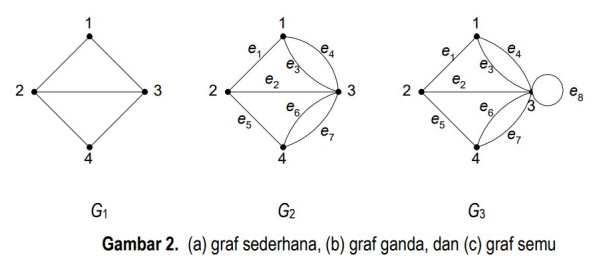
Bisakah melalui setiap jembatan tepat sekali dan kembali lagi ke tempat semula?

**Definisi Graf**

Graf G = (V, E), yang dalam hal ini:

V = himpunan tidak-kosong dari simpul-simpul (vertices) = { v1 , v2 , ... , vn }

E = himpunan sisi (edges) yang menghubungkan sepasang simpul = {e1 , e2 , ... , en }



Pada G2, sisi e3 = (1, 3) dan sisi e4 = (1, 3) dinamakan sisi-ganda (multiple edges atau paralel edges) karena kedua sisi ini menghubungi dua buah simpul yang sama, yaitu simpul 1 dan simpul 3.

Pada G3, sisi e8 = (3, 3) dinamakan gelang atau kalang (loop) karena ia berawal dan berakhir pada simpul yang sama.

**Jenis-Jenis Graf**

Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf, maka graf digolongkan menjadi dua jenis:

1. Graf sederhana (simple graph). Graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi-ganda dinamakan graf sederhana. G1 pada Gambar 2 adalah contoh graf sederhana.
2. Graf tak-sederhana (unsimplegraph). Graf yang mengandung sisi ganda atau gelang dinamakan graf tak-sederhana (unsimple graph). G2 dan G3 pada Gambar 2 adalah contoh graf tak-sederhana

Berdasarkan orientasi arah pada sisi, maka secara umum graf dibedakan atas 2 jenis:

1. Graf tak-berarah (undirected graph) Graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah disebut graf tak-berarah. Tiga buah graf pada Gambar 2 adalah graf tak-berarah.
2. Graf berarah (directed graph atau digraph) Graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah disebut sebagai graf berarah. Dua buah graf pada Gambar 3 adalah graf berarah.

**Contoh Terapan Graf**

1. Rangkaian Listrik
2. Isomer Senyawa Kimia
3. Transaksi Konkuren Pada Basis Data Terpusat
4. Pengujian Program
5. Pengujian Program

TERMINOLOGI GRAF – KETETANGGAAN (ADJACENT)

Ketetanggaan (Adjacent): Dua buah simpul dikatakan bertetangga bila keduanya terhubung langsung.

Tinjau graf G1: simpul 1 bertetangga dengan simpul 2 dan 3, simpul 1 tidak bertetangga dengan simpul 4.

TERMINOLOGI GRAF – BERSISIAN (INCIDENCY)

Bersisian (Incidency): Untuk sembarang sisi e = (vj, vk) dikatakan e bersisian dengan simpul vj , atau e bersisian dengan simpul vk.

Tinjau graf G1: sisi (2, 3) bersisian dengan simpul 2 dan simpul 3, sisi (2, 4) bersisian dengan simpul 2 dan simpul 4, tetapi sisi (1, 2) tidak bersisian dengan simpul 4.

TERMINOLOGI GRAF – SIMPUL (ISOLATED VERTEX)

Simpul Terpencil (Isolated Vertex): ialah simpul yang tidak mempunyai sisi yang bersisian dengannya. Tinjau graf G3: simpul 5 adalah simpul terpencil

TERMINOLOGI GRAF – KOSONG (NULL GRAPH ATAU EMPTY GRAPH)

Graf Kosong yaitu yang himpunan sisinya merupakan himpunan kosong (Nn).

TERMINOLOGI GRAF – DERAJAT (DEGREE)

Derajat suatu simpul adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut. Notasi: d(v)

Tinjau graf G1: d(1) = d(4) = 2 | d(2) = d(3) = 3

Tinjau graf G3: d(5) = 0 simpul terpencil | d(4) = 1 simpul anting-anting (pendant vertex)

Tinjau graf G2: d(1) = 3 bersisian dengan sisi ganda | d(2) = 4 bersisian dengan sisi gelang (loop)

TERMINOLOGI GRAF – DERAJAT (DEGREE) PADA GRAF BERARAH

Pada Graf Berarah:

din(v) = derajat-masuk (in-degree) = jumlah busur yang masuk ke simpul v

dout(v) = derajat-keluar (out-degree) = jumlah busur yang keluar dari simpul v

d(v) = din(v) + dout(v)

TERMINOLOGI GRAF – LINTASAN (PATH)

Lintasan yang panjangnya n dari simpul awal v0 ke simpul tujuan vn di dalam graf G ialah barisan berselang-seling simpul-simpul dan sisi-sisi yang berbentuk v0, e1, v1, e2, v2,... , vn –1, en, vn sedemikian sehingga e1 = (v0, v1), e2 = (v1, v2), ... , en = (vn-1, vn) adalah sisi-sisi dari graf G.

Tinjau graf G1: lintasan 1, 2, 4, 3 adalah lintasan dengan barisan sisi (1,2), (2,4), (4,3).

Panjang lintasan adalah jumlah sisi dalam lintasan tersebut.

Lintasan 1, 2, 4, 3 pada G1 memiliki panjang 3.

TERMINOLOGI GRAF – SIKLUS (CYCLE) ATAU SIRKUIT (CIRCUIT)

Lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama disebut sirkuit atau siklus. Tinjau graf G1: 1, 2, 3, 1 adalah sebuah sirkuit.

Panjang sirkuit adalah jumlah sisi dalam sirkuit tersebut. Sirkuit 1, 2, 3, 1 pada G1 memiliki panjang 3.

TERMINOLOGI GRAF – TERHUBUNG (CONNECTED)

Dua buah simpul v1 dan simpul v2 disebut terhubung jika terdapat lintasan dari v1 ke v2. Graf G disebut graf terhubung (connected graph) jika untuk setiap pasang simpul vi dan vj dalam himpunan V terdapat lintasan dari vi k

Jika tidak, maka G disebut graf tak-terhubung (disconnected graph).

* 1. Graf berarah G dikatakan terhubung jika graf tidak berarahnya terhubung (graf tidak berarah dari G diperoleh dengan menghilangkan arahnya).
  2. Dua simpul, u dan v, pada graf berarah G disebut terhubung kuat (strongly connected) jika terdapat lintasan berarah dari u ke v dan juga lintasan berarah dari v ke u.
  3. Jika u dan v tidak terhubung kuat tetapi terhubung pada graf tidak berarahnya, maka u dan v dikatakan terhubung lemah (weakly coonected).
  4. Graf berarah G disebut graf terhubung kuat (strongly connected graph) apabila untuk setiap pasang simpul sembarang u dan v di G, terhubung kuat. Kalau tidak, G disebut graf terhubung lemah.

TERMINOLOGI GRAF – CUT SET

Cut-set dari graf terhubung G adalah himpunan sisi yang bila dibuang dari G menyebabkan G tidak terhubung. Jadi, cut-set selalu menghasilkan dua buah komponen.

Pada graf di samping, {(1,2), (1,5), (3,5), (3,4)} adalah cut-set. Terdapat banyak cut-set pada sebuah graf terhubung. Himpunan {(1,2), (2,5)} juga adalah cutset, {(1,3), (1,5), (1,2)} adalah cut-set, {(2,6)} juga cut-set, tetapi {(1,2), (2,5), (4,5)} bukan cut-set sebab himpunan bagiannya, {(1,2), (2,5)} adalah cut-set.

TERMINOLOGI GRAF – BERBOBOT (WEIGHTED GRAPH)

Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga (bobot).